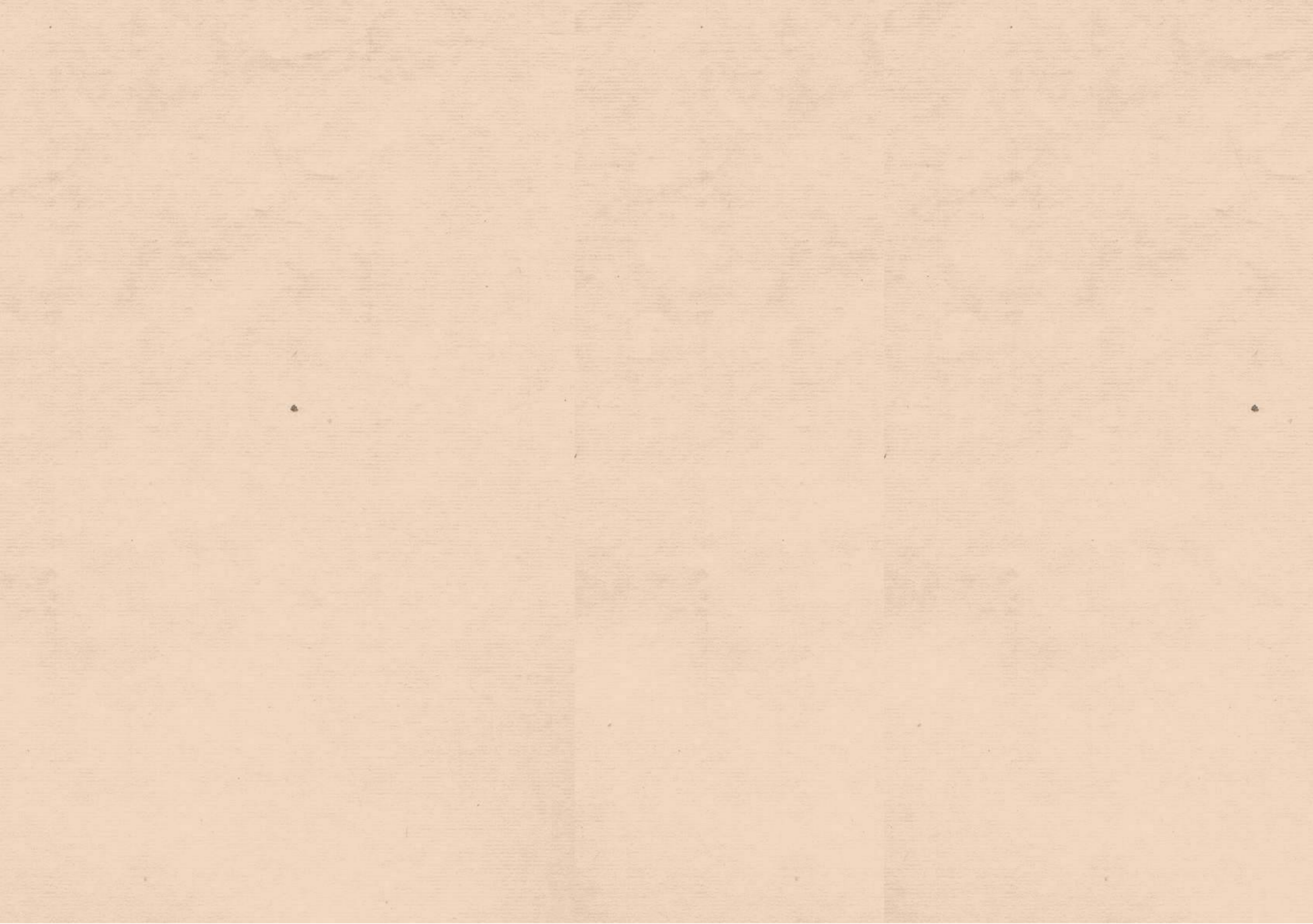


九章算經

三



九章算經卷第五

魏劉徽注



唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋

商功

以御功程積實

今有穿地積一萬尺問為堅壤各幾何

荅曰

為堅七千五百尺

為壤一萬二千五百尺

術曰穿地四為壤五

壤謂息土

為堅三

堅為築土

為

二〇八五

九章算經五

〇一

俞

墟四

墟謂穿坑此皆其常率

以穿地求壤五之求堅

三之皆四而一

今有術也

以壤求穿四之求堅

三之皆五而一以堅求穿四之求壤五之

皆三而一

臣淳風等謹按此術竝今有之義也重張穿地積一萬尺為所

有數堅率三壤率五各為所求率墟率四為所有率而今有之即得

城垣隄溝澗渠皆同術

術曰并上下廣而半之

損廣補狹

以高若深乘

之又以袤乘之即積尺

按此術并上下廣而半之者以盈補

虛得中平之廣以高若深乘之堅率三壤率五各為所求率墟四為所有率而今有

之得一頭之立冪又以袤乘之者得立實之積故為積尺

今有城下廣四丈上廣二丈高五丈袤一百二十六丈五尺問積幾何

答曰一百八十九萬七千五百尺

今有垣下廣三尺上廣二尺高一丈二尺袤二十二丈五尺八寸問積幾何

答曰六千七百七十四尺

今有隄下廣二丈上廣八尺高四尺袤一十二丈七尺問積幾何

答曰七千一百一十二尺

冬程人功四百四十四尺問用徒幾何

答曰一十六人一百一十一分人之

二

術曰以積尺為實程功尺數為法實如法而一即用徒人數

今有溝上廣一丈五尺下廣一丈深五尺袤七丈問積幾何

答曰四千三百七十五尺

春程人功七百六十六尺并出土功五分之
四定功六百一十二尺五分尺之四問用徒
幾何

答曰七人三千六十四分人之四百
二十七

術曰置本人功去其五分之一餘為法去

五分之一者謂以四乘五除也以溝積尺為實實如法而

一得用徒人數按此術本置人功去其五分

而一除去出土之功取其定功乃通分內子以為法以分母乘溝積尺為實者法裏

有分實裏通之故實如法而一即用徒人數此以一人之積尺除其衆尺故用徒人數不盡者等數約之而命分也

今有塹上廣一丈六尺三寸下廣一丈深六尺

三寸表一十三丈二尺一寸問積幾何

答曰一萬九百四十三尺八寸八寸者謂

穿地方尺深八寸此積餘有方寸中二分四釐五毫乘之貴欲從易非其常定也

夏程人功八百七十一尺并出土功五分之

一沙礫水石之功作太半定功二百三十二

尺一十五分尺之四問用徒幾何

答曰四十七人三千四百八十四分人之四百九

術曰置本人功去其出土功五分之一又去沙礫水石之功太半餘為法以漸積尺為實實如法而一即用徒人數

按此術置本人功去其出土功五分之一者謂以四乘五除又去沙礫水石作太半者一乘三除存其少半取其定功乃通分內子以為法以分母乘積尺為實者為法裏有分實裏通之故實如法而一即用徒人數不盡者等數約之而命分也

二七七九

九章算經卷五

。四

俞

今有穿渠上廣一丈八尺下廣三尺六寸深一

丈八尺袤五萬一千八百二十四尺問積幾何

答曰一千七萬四千五百八十五尺

六寸

秋程人功三百尺問用徒幾何

答曰三萬三千五百八十二人功內

少一十四尺四寸

一千人先到問當受袤幾何

答曰一百五十四丈三尺二寸八十

一分寸之八

術曰以一人功尺數乘先到人數為實以

千人一日功為實立實為功并渠上下廣而半之以深

乘之為法以渠廣深之立實為法實如法得袤尺

今有方堞堞者堞城也堞音丁老切方一丈

六尺高一丈五尺問積幾何

荅曰三千八百四十尺

術曰方自乘以高乘之即積尺

今有圓堞堞音丁老切堞音丁老切方一丈

三百四

九章算經卷五

八五

魏信

何

荅曰二千一百一十二尺於徽術當積二千一

十七尺一百五十七分尺之一百三十一臣淳風等謹按依密率積二

千一十六尺

術曰周自相乘以高乘之十二而一此章諸術

亦以周三徑一為率皆非也於徽術當以周自乘以高乘之又以二十五乘之三百

一十四而一此之圓幕亦如圓田之幕也求幕亦如圓田而以高乘幕也臣淳風

等謹按依密率以七乘之八十八而一

今有方亭下方五丈上方四丈高五尺問積幾

何

答曰一十萬一千六百六十六尺太

半尺

術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘

之三而一

此章有壑堵陽馬皆合而成立方蓋說筭者乃立棊三品以效

高深之積假令方亭上方一尺下方三尺高一尺其用棊也中央立方一四面壑堵四四角陽馬四上下方相乘為三尺以高乘之約積三尺是為得中央立方一四面壑堵各一上方自乘亦得中央立方一下方自乘為九以高乘之得積九尺是為中央立方一四面壑堵各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又為中

三百六十五

九重等率五

〇六

魏信

央立方一凡三品棊皆一而為三故三而一得積尺用棊之數立方三壑堵陽馬各十二凡二十七棊十三更差次之而成方亭者三驗矣為術又可令方差自乘以高乘之三而一即四陽馬也上下方相乘以高乘之即中央立方及四面壑堵也并之以為方亭積數也

今有圓亭下周三丈上周二丈高一丈問積幾

何

答曰五百二十七尺九分尺之七

於徽

術當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也按密率為積五百三尺三十三分尺之二十六

術曰上下周相乘又各自乘并之以高乘

之三十六而一此術周三徑一之義合以三除上下周各為上下徑

以相乘又各自乘并以高乘之三而一為方亭之積假令三約上下周俱不盡還通

之即各為上下徑令上下徑分母相乘又各自乘并以高乘之為三方亭之積分此

合分母三相乘得九為法除之又三而一得方亭之積亦猶方幕中求圓幕乃令圓

率三乘之方率四而一得圓亭之積前求方亭之積乃以三而一求圓亭之積亦各

三乘之二母既同故相準折惟以方幕四乘分母九得三十六而連除之於徽術當

上下周相乘又各自乘并以高乘之又二十五乘之九百四十二而一此方亭四角

圓殺比於方亭二百分之一百五十七為術之意先作方亭三而一則此據上下徑

九章五

七

四州二

為之者當又以一百五十七乘之六百而一也今據周為之若於圓堦壘又以二十

五乘之三三百一十四而一則先得三圓亭矣故以三百一十四為九百四十二而一

并除之臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一

今有方錐下方二丈七尺高二丈九尺問積幾

何

答曰七千四十七尺

術曰下方自乘以高乘之三而一按此術假令方

錐下方二尺高一尺即四陽馬如術為之用十二陽馬成三方錐故三而一得陽馬

也

今有圓錐下周三丈五尺高五丈一尺問積幾何

答曰一千七百三十五尺一十二分

尺之五於徽術當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十

三依密率為積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七

術曰下周自乘以高乘之三十一而一此按

術圓錐下周以為方錐下方方錐下方方今自乘以高乘之合三而一得大錐方之積大錐方之積合十二圓矣令求一圓復合十二除之故令三乘十二得三十六而連除於徽術當下周自乘以高乘之又以二十五乘之九百四十二而一圓錐比於方

九章五

〇八

錐亦二百分之一百五十七命徑自乘者亦當以一百五十七乘之六百而一其說如圓亭也臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一

今有壑堵下廣二丈袤一十八丈六尺高二丈五尺問積幾何

答曰四萬六千五百尺

術曰廣袤相乘以高乘之二而一方邪解立

壑堵錐復隨方亦為壑堵故二而一此則合所規冪推其物體蓋為壑上疊也其形如城而無上廣與所規冪形異而同實未聞所以名之為壑堵之說也

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何

答曰九十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之三而一按此術

形方錐一隅也今謂四柱屋隅為陽馬假
令廣袤各一尺高一尺相乘之得立方積
一尺邪解立方得兩壑堵邪解壑堵其一
為陽馬一為鼈腰陽馬居二鼈腰居一不
易之率也合兩鼈腰成一陽馬合三陽馬
而成一立方故三而一驗之以棊其形露
矣悉割陽馬凡為六鼈腰觀其割分則體
勢互通蓋易了也其棊或脩短或廣狹立
方不等者亦割分以為六鼈腰其形不悉
相似然見數同積實均也鼈腰殊形陽馬
異體然陽馬異體則不可純合純合則難
為之矣何則按邪解方棊以為壑堵者必
當以半為分邪解壑堵以為陽馬者亦必
當以半為分一從一橫耳設為陽馬為分

九章算經五

〇九

徐定 五百四十一

內鼈腰為分外棊雖或隨脩短廣狹猶有
此分常率知殊形異體亦同也者以此而
已其使鼈腰廣袤各高二尺用壑堵鼈腰
之棊各二皆用赤棊又使陽馬之廣袤高
各二尺用立方之棊一壑堵陽馬之棊各
二皆用黑棊棊之赤黑接為壑堵廣袤高
各二尺於是中效其廣又中分其高令赤
黑壑堵各自適當一方高二尺方二尺每
二分鼈腰一方焉是為別種而方者率居三
體合成一方焉是為別種而方者率居三
通其體而方者率居一雖方隨棊改而因
有常然之勢也按餘數具而可知者有一
二分之二別即一二之為率定矣其於理也
豈虛矣若為數而窮之置餘廣袤高之數
各半之則四分之二又可知也半之彌少
其餘彌細至細曰微微則無形由是言之
安取餘哉數而求窮之者謂以精推不用
籌筭鼈腰之物不同器用陽馬之形或隨

修短廣狹然不有鼈腴無以審陽馬之數
不有陽馬無以知錐亭之類功實之主也

今有鼈腴下廣五尺無袤上袤四尺無廣高七

尺問積幾何

荅曰二十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之六而一按此術

骨也或曰半陽馬其形有似鼈肘故以名

云中破陽馬得兩鼈腴之見數即陽馬之
半數數同而實據半
故云六而一即得

今有羨除下廣六尺上廣一丈深三尺末廣八

尺無深袤七尺問積幾何

九章算經五

十一

四百三

荅曰八十四尺

術曰并三廣以深乘之又以袤乘之六而

一按此術羨除實遂道也其所穿地上平

假令用此綦上廣三尺深一尺下廣一尺

末廣一尺無深袤一尺下廣皆壅堵之廣

者兩鼈腴與一壅堵相連之廣也以深袤

乘得積五尺鼈腴居二壅堵居三其於本

綦皆一為六故六而一合四陽馬以為方

錐邪盡方錐之底亦令為中方就中方削
而上合全為中方錐之半於是陽馬之綦
悉中解矣中錐離而為四鼈腴焉故外錐
之半亦為四鼈腴錐背正異形與常所謂
鼈腴參不相似實則同也所云夾壅堵者
中錐之鼈腴也凡壅堵上袤短者陽馬也
下袤短者與鼈腴連也下兩袤相等知亦

與鼈腰連也并三廣以高乘六而一皆其積也今此羨除之廣即漸堵之袤也按此本是三廣不等即與鼈腰連者別而言之中央漸堵廣六尺高三尺末廣之兩旁各一小鼈腰皆與漸堵等令小鼈腰居裏大鼈腰居表則大鼈腰出隨皆方錐下廣三尺袤六尺高七尺分取其半則為袤三尺以高廣乘之三而一即半錐之積也邪解半錐得此兩大鼈腰求其積亦當六而一合於常率矣按陽馬之基兩邪基底方當其方也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大小鼈腰可知更相表裏但體有背正也

今有芻蕘下廣三丈袤四丈上袤二丈無廣高一丈問積幾何

荅曰五千尺

術曰倍下袤上袤從之以廣乘之又以高

乘之六而一推明義理者舊說云凡積芻蕘有上下廣曰童蕘謂其屋

蓋之茨也是故蕘之下廣袤與童之上廣袤等正斬方亭兩邊合之即芻蕘之形也

假令下廣二尺袤三尺上袤一尺無廣高一尺其用基也中央漸堵二兩端陽馬各

二倍下袤上袤從之為七尺以高廣乘之得冪十四尺陽馬之冪各居一漸堵之冪

各居三以高乘之得積十四尺其於本基也皆一而為六故六而一即得亦可令上

下袤差乘廣以高乘之三而一即四陽馬也下廣乘之上袤而半之高乘之即二漸

堵并之以為蕘積也

芻童曲池盤池冥谷皆同術

術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之并以高若深乘之皆六

而一

按此術假令芻童上廣一尺袤二尺下廣三尺袤四尺高一尺其用棊也

中央立方二四面壅堵六四角陽馬四倍下袤為八上袤從之為十以廣乘之得積三十尺是為得中央立方各三兩端壅堵各四兩旁壅堵各六四角陽馬亦各六後倍下袤從之為八以高廣乘之得積八尺是為得中央立方亦各三兩端壅堵各二并兩旁三品棊皆一而為六故六而一即得為術又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一亦四陽馬上下廣袤互相乘并而半之以高乘之即四面六壅堵與二立

方并之為芻童積又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘并以高乘之三一而一即得也 其曲池者并上中外周而半之

以為上袤亦并下中外周而半之以為下

袤

此池環而不通匝形如盤蛇而曲之亦云周者謂如委穀依垣之周耳引而伸

之周為袤求袤之意環田也

今有芻童下廣二丈袤三丈上廣三丈袤四丈

高三丈問積幾何

答曰二萬六千五百尺

今有曲池上中周二丈外周四丈廣一丈下中

周一丈四尺外周二丈四尺廣五尺深一丈問積幾何

答曰一千八百八十三尺三寸少半寸

今有盤池上廣六丈袤八丈下廣四丈袤六丈深二丈問積幾何

答曰七萬六百六十六尺大半尺

負土往來七十步其二十步上下棚除棚除二當平道五跣躡之間十加一載輸之間三十步定一返一百四十步土籠積一尺六寸秋程人功行五十九里半問人到積及用徒各幾何

答曰

人到二百四尺

用徒三百四十六人一百五十三分人之六十二

術曰以一籠積尺乘程行步數為實往來

上下棚除二當平道五棚閣除邪道有上下之難故使二當

也五置定往來步數十加一及載輸之間三

十步以為法除之所得即一人所到尺此按

術棚閣除邪道有上下之難故使二當五置定往來步數十加一及載輸之間三十步是為往求一返凡用一百四十步於今有術為所有行率籠積一尺六寸為所求到土率程行五十九里半為所有數而今有之即人到尺數以所到積尺即用徒人數者此一人之積除其眾積尺故得用徒人數為術又可令往來一返所用之步約程行為返數乘籠積為一人所到以此術與今有術相返覆則乘除之或先後意各有所在而以所到約積尺即用徒人數同歸耳

今有冥谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈

深六丈五尺問積幾何

答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里行程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何

答曰

人到二百一尺五十分尺之十三

用徒二百五十八人一萬六十三分

人之三千七百四十六

術曰以一車積尺乘程行步數為實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘

之為法除之所得即一人所到尺按此術今有之

義以載輸及往來并得五百步為所有行程車載三十四尺七寸為所求到土率程

行五十八里通之為步為所有數而今有之所得則一車所到欲得人者當以六

人除之即得術有分故亦更令乘法而并除者亦用以半尺數以為一人到土率六

人乘五百步為行率也又亦可五百步為行率令六人約半積尺數為一人到土率

以載土術入之入之者亦可求返數也要取其會通而已術恐有分故令乘法而并

除所以所到積尺約即用徒人數者以一以人所積尺除其衆積故得用徒人數也

所到約積尺即用徒人數

今有委粟平地下周一十二丈高二丈問積及

為粟幾何

答曰

積八千尺於微術當積七千六百四

之四十九臣淳風等謹依密率為積七千六百三十六尺十一分

尺之四

為粟二千九百六十二斛二十七分

斛之二十六於微術當粟二千八百三十三斛一千四百

一十三分斛之一千二百一十八
百淳風等謹依密率為粟二千八百二十八斛九十八
九分斛之二十八

今有委菽依垣下周三丈高七尺問積及為菽各幾何

答曰

積三百五十尺依徽術當積三百三

分尺之一百八十六也 臣淳風等謹依密率為積三百三十四尺十一分

為菽一百四十四斛二百四十三分

九章算經卷五 二十六 二十七十一太

斛之八依徽術當菽一百三十七

分斛之七千七百七十一 臣淳風等謹依密率為菽一百三十七斛八百九十一分

今有委米依垣內角下周八尺高五尺問積及為米各幾何

答曰

積三十五尺九分尺之五於徽術當

尺四百七十一分尺之四百五十七 臣淳風等謹依密率當積三十三尺三十三分

為米二十一斛七百二十九分斛之

六百九十一於徽術當米二十斛

一分斛之三萬六千九百八十

臣淳風等謹依密率為米二十斛

委粟

術曰下周自乘以高乘之三十六而一此

圓錐也於徽術亦當下周自乘以高乘之

又以二十五乘之九百四十二而一也

其依垣者居圓錐也十八而一於徽術當令

以高乘之又以二十五乘之四百七十一

而一依垣之周半於全周其自乘之

幕居

全周自乘之幕四分之二其依垣內角者

故半全周之法以為法也

角隅也居圓錐九而一於徽術當令此下

四分之也

高乘之又以二十五乘之四百七十一而

一依隅之周半於依垣其自乘之幕居依

垣自乘之幕四分之二當半依垣之法以

為法法不可半故倍其實又此術亦用周

率以七乘之其平地者二百六十四而一
依垣者一百三十二而一依隅者六十六
也而一

程粟一斛積二尺七寸二尺七寸者謂方
一尺深二尺七寸

凡積二千其米一斛積一尺六寸五分寸

之一謂積一千六
百二十寸其菽荅麻麥一斛皆二

尺四寸十分寸之三謂積二千四百三十
寸此為以精麓為率

而不等其槩也粟率五米率三故米一斛
於粟一斛五分之三菽荅麻麥亦如本率

云故謂此三量器為槩而皆不合於今斛

當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐

正深一尺於徽術為積一千四百四十一

寸排成餘分又有十分寸之三王莽銅斛

於今尺為深九寸五分五釐徑一尺三寸

六分八釐二毫以徽術計之於今斛為容

九斗七升四合有奇周官考工記稟氏為

量深一尺內方一尺而圓外其實一黼於

徽術此圓積一千五百七十六寸左氏傳

曰齊舊四量豆區釜鍾四升曰豆各登其

四以登於釜釜十為鍾鍾六斛四斗釜六

斗四升方一尺深一尺其積一十寸若此

方積容六斗四升則通外圓積成旁容十

斛之制方一尺而圓其外庇旁一釐七毫

幕一百五十六寸四分寸之一深一尺積

一千五百六十二寸半容十斗王莽
莽銅斛與漢書律曆志所論斛同

今有穿地袤一丈六尺深一丈上廣六尺為垣

積五百七十六尺問穿地下廣幾何

答曰三尺五分尺之三

術曰置垣積尺四之為實

實穿地四為堅三垣堅也以堅

求穿地當四之三而一也

以深表相乘

為深表之立實也

又以

三之為法

以深表乘之立實除垣積則阮廣又三之者與堅率并除之

所得倍之

阮有兩廣先并而半之即為廣狹之中平令先得其中平故又

倍之知兩廣全也

減上廣餘即下廣

按此術穿地四為堅三垣

即堅也今以堅求穿地當四乘之三而一深表相乘者為深表立幕以深表立幕除

積即阮廣又三之為法與堅率并除所得倍之者為阮有兩廣先并而半之為中平

之廣今此得中平之廣故倍之還為兩廣并故減上廣餘即下廣也

今有倉廣三丈袤四丈五尺容粟一萬斛問高幾何

答曰二丈

術曰置粟一萬斛積尺為實廣袤相乘為

法實如法而一得高尺

以廣袤之幕除積故得高按此術本

以廣袤相乘以高乘之得此積今還元置此廣袤相乘為法除之故得高也

今有圓囷

圓囷廩也亦云圓囷也

高一丈三尺三寸少半

寸容米二千斛問周幾何

答曰五丈四尺

於徽術當周五丈五尺二寸十分寸之

九 臣淳風等謹按密率為周
五丈五尺一百分尺之二十七

術曰置米積尺此積猶圓以十二乘之令

高而一所得開方除之即周於微術當置

百一十四乘之為實二十五乘困高為法

所得開方除之即周也此亦據見幕以求

周失之於微少也晉武庫中有漢時王莽

所作銅斛其篆書字題斛旁云律嘉量斛

方一尺而圓其外庀旁九釐五毫幕一

六十寸深一尺積一千六百二十寸容

十斗及斛底云律嘉量斗方尺而圓其

庀旁九釐五毫幕一尺六寸二分深一

尺積一百六十二寸容一斗合龠皆有文

字并居斛旁合龠在斛耳上後有讚文與

今律曆志同亦魏晉所常用今粗疏王莽

銅斛文字尺寸分數然不盡得并合勺之

文

字按此術本周自相乘以高乘之十二而

一得此積今還元置此積以十二乘之令

高而一即復本周自乘之數凡物自乘開

方除之復其本周自乘之數故開方除之

九章算經卷第五



九章算經五

二

圖書在版編目(CIP)數據

九章算經/[魏]劉徽注;[唐]李淳風等注釋.—北京:
北京圖書館出版社,2005.3

(中華再造善本)

ISBN 7-5013-2713-0

I.九… II.①劉… ②李… III.古算經—中國
IV.0112

中國版本圖書館CIP數據核字(2005)第020692號

ISBN 7-5013-2713-0



9 787501 327133 >

書名 九章算經(全三冊)
著者 [魏]劉徽 注 [唐]李淳風等 注釋

出版 北京圖書館出版社(100034 北京市西城區文津街七號)
發行 Tel:(010)66151313 Fax:(010)66174391

E-mail: Bstfxb@nlc.gov.cn

Website: www.nlcpress.com

印刷 金壇市古籍印刷廠

開本 八

印張 二二·二五

版次 二〇〇五年三月第一版第一次印刷

印數 一—二〇〇

書號 ISBN 7-5013-2713-0/K·1047

定價 七二〇圓

