

九章算經

二



九章算經卷第三

魏 劉 徽 注



唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋

衰分

以御貴 賤稟稅

衰分

衰分 差也

術曰各置列衰

列衰相與率也 重疊則可約

副并為法

以所分乘未并者各自為實

法集而衰別 數本一也今

以所分乘上別以下集除之一乘一除適 足相消故所分猶存且各應率而別也於 今有術列衰各為所求率副并為所有率 所分為所有數又以經分言之假令甲家

九章三

〇一

三人乙家二人丙家一人并六人共分十 二為人得二也欲復作逐家者則當列置 人數以一人所得乘之 今此術先乘而後除也 實如法而一不滿 法者以法命之

今有大夫不更簪裹上造公士凡五人共獵得 五鹿欲以爵次分之間各得幾何

荅曰

大夫得一鹿三分鹿之二

不更得一鹿三分鹿之一

簪裹得一鹿

上造得三分鹿之二

公士得三分鹿之一

術曰列置爵數各自為衰

爵數者謂大夫五不更四簪衰

三上造二公士一也墨子號令篇以爵級為賜然則戰國之初有此名也今有術列

衰各為所求率副并為所有率今有鹿數為所有數而今有之即得副并為

法以五鹿乘未并者各自為實實如法得

一鹿

今有牛馬羊食人苗苗主責之粟五斗羊主曰

我羊食半馬馬主曰我馬食半牛今欲衰償之

問各出幾何

荅曰

牛主出二斗八升七分升之四

馬主出一斗四升七分升之二

羊主出七升七分升之一

術曰置牛四馬二羊一各自為列衰副并

為法以五斗乘未并者各自為實實如法

得一斗

臣淳風等謹按此術問意羊食半馬馬食半牛是謂四羊當一牛二

羊當一馬今術置羊一馬二牛四者通其率以為列衰

今有甲持錢五百六十七乙持錢三百五十丙持錢一百八十凡三人俱出關關稅百錢欲以錢數多少裹出之間各幾何

荅曰

甲出五十一錢一百九分錢之四十

一

乙出三十二錢一百九分錢之二十

二

丙出一十六錢一百九分錢之五十

三

九章二

〇三

六

術曰各置錢數為列表副并為法以百錢

乘未并者各自為實實如法得一錢臣淳風等

謹按此術甲乙丙持錢數以為列表副并為所有率未并者各為所求率百錢為所有數而今有之即得

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾

何

荅曰

初日織一寸三十一分寸之十九

次日織三寸三十一分寸之七

次日織六寸三十一分寸之十四

次日織一尺二寸三十一分寸之二

十八

次日織二尺五寸三十一分寸之二

十五

術曰置一二四八十六為列衰副并為法  
以五尺乘未并者各自為實實如法得一  
尺

三マ

九章三二

〇四

今有北鄉筭八千七百五十八西鄉筭七千二  
百三十六南鄉筭八千三百五十六凡三鄉發  
徭三百七十八人欲以筭數多少衰出之間各  
幾何

答曰

北鄉遣一百三十五人一萬二千一

百七十五分人之一萬一千六百

三十七

西鄉遣一百一十二人一萬二千一

百七十五分人之四千四

南鄉遣一百二十九人一萬二千一

百七十五分人之八千七百九

術曰各置筭數為列表

臣淳風等謹按三鄉筭數約可半者

為列表

副并為法以所發徭人數乘未并者

各自為實實如法得一人

按此術今有之義也

今有稟粟大夫不更簪裹上造公士凡五人一十五斗今有大夫一人後來亦當稟五斗倉無粟欲以裹出之間各幾何

荅曰

大夫出一斗四分斗之一

不更出一斗

簪裹出四分斗之三

上造出四分斗之二

公士出四分斗之一

術曰各置所稟粟斛斗數爵次均之以為列裹副并而加後來大夫亦五斗得二十以為法以五斗乘未并者各自為實實如

法得一斗

稟前五人十五斗者大夫得五斗不更得四斗簪裹得三斗上

造得二斗公士得一斗欲令五人各依所得粟多少減與後來大夫即與前來大夫同據前來大夫已得五斗故言亦也各以所得斗數為衰并得十五而加後來大夫亦五斗凡二十為法也是為六人共出五斗後來大夫亦俱損折今有術副并為所有率未并者各為所求率五斗為所有數而今有之即得

今有粟粟五斛五人分之欲令三人得三二人

得二問各幾何

荅曰

三人人得一斛一斗五升十三分升

九章二

〇六

之五

二人人得七斗六升十三分升之十

二

術曰置三人人三二人人二為列衰副并

為法以五斛乘未并者各自為實實如法

得一斛

返衰

以爵次言之大夫五不更四欲令高爵得多者當使大夫一人受五分不

更一人受四分人數為母分數為子母同則子齊齊即衰也故上衰分宜以五四為列焉今此令高爵出少則當使大夫五人共出一人分不更四人共出一人分故謂



之返衰人數不同則分數不齊當令母互  
乘子母互乘子則動者為不動者衰也亦  
可先同其母各以分母約其子為返衰副  
并為法以所分乘未并者各自為實實如  
法而

術曰列置衰而令相乘動者為不動者衰  
今有大夫不更簪裹上造公士凡五人共出百  
錢欲令高爵出少以次漸多問各幾何

荅曰

大夫出八錢一百三十七分錢之一  
百四

九章三

〇七

不更出一十錢一百三十七分錢之  
一百三十

簪裹出二十四錢一百三十七分錢  
之八十二

上造出二十一錢一百三十七分錢  
之一百二十三

公士出四十三錢一百三十七分錢  
之一百九

術曰置爵數各自為衰而返衰之副并為

法以百錢乘未并者各自為實實如法得一錢

今有甲持粟三升乙持糲米三升丙持糲飯三升欲令合而分之問各幾何

荅曰

甲二升一十分升之七

乙四升一十分升之五

丙一升一十分升之八

術曰以粟率五十糲米率三十糲飯率七

十五為衰而返衰之副并為法以九升乘

未并者各自為實實如法得一升

按此術三人所

持升數雖等論其本率精麁不同米率雖少令最得多飯率雖多返使得少故令返之使精得多而麁得少於今有術副并為所有率未并者各為所求率九升為所有數而今有之即得

今有絲一斤價直二百四十今有錢一千三百

二十八問得絲幾何

荅曰五斤八兩一十二銖五分銖之

四

術曰以一斤價數為法以一斤乘今有錢

數為實實如法得絲數

按此術今有之義以一斤價為所有

率一斤為所求率今有錢為所有數而今有之即得

今有絲一斤價直三百四十五今有絲七兩一

十二銖問得錢幾何

答曰一百六十一錢三十二分錢之

二十三

術曰以一斤銖數為法以一斤價數乘七

兩一十二銖為實實如法得錢數

按此術亦今有

九章三

〇九

之義以絲一斤數為所有率價錢為所求率今有絲為所有數而今有之即得

今有練一丈價直一百二十八今有練一匹九

尺五寸問得錢幾何

答曰六百三十三錢五分錢之三

術曰以一丈寸數為法以價錢數乘今有

練寸數為實實如法得錢數

臣淳風等謹按此術亦今

有之義以練一丈寸數為所有率價錢為所求率今有練寸數為所有數而今有之

即得

今有布一匹價直一百二十五今有布二丈七

尺問得錢幾何

答曰八十四錢八分錢之三

術曰以一匹尺數為法今有布尺數乘價

錢為實實如法得錢數按此術亦今有之義以一匹尺數為

所有率價錢為所求率今有布為所有數今有之即得

今有素一匹一丈價直六百二十五今有錢五

百問得素幾何

答曰得素一匹

術曰以價直為法以一匹一丈尺數乘今

有錢數為實實如法得素數按此術亦今有之義以價

錢為所有率五丈尺數為所求率今有錢為所有數今有之即得

今有與人絲一十四斤約得練一十斤今與人

練四十五斤八兩問得練幾何

答曰三十二斤八兩

術曰以一十四斤兩數為法以一十斤乘

今有絲兩數為實實如法得練數此術亦今有之

義以一十四斤兩數為所有率一十斤為所求率今有絲為所有數今有之即得

今有絲一斤耗七兩今有絲二十三斤五兩問

耗幾何

答曰一百六十三兩四銖半

術曰以一斤展十六兩為法以七兩乘今

有絲兩數為實實如法得耗數

按此術亦今有之義

以一斤為十六兩為所有率七兩為所求率今有絲為所有數而今有之即得

今有生絲三十斤乾之耗三斤十二兩今有乾

絲一十二斤問生絲幾何

答曰一十三斤一十一兩十銖七分

銖之二

九章三

十一

術曰置生絲兩數除耗數餘以為法

餘四

十兩即乾絲率三十斤乘乾絲兩數為實實如法

得生絲數

凡所得率知細則俱細塵則俱

如上練絲之比相與乘為三十斤凡四百八十兩令生絲率四百八十兩令乾絲率

四百二十兩則其數相通可俱為銖可俱

為兩可俱為斤無所歸滯也若然宜以所

有乾絲斤數乘生絲兩數為實今以斤兩

錯互而亦同歸者使乾絲以兩數為率生

絲以類為率譬之異類亦各有一定之勢

臣淳風等謹按此術置生絲兩數除耗

數餘即乾絲之率於今有術為所有率三

十斤為所求率乾絲兩數為所有數凡所

謂率者細則俱細塵則俱塵今有一斤乘

兩知乾絲即以兩數為率生絲即以斤數

為率譬之異物各  
有一定之率也

今有田一畝收粟六升太半升今有田一頃二  
十六畝一百五十九步問收粟幾何

答曰八斛四斗四升一十二分升之

五

術曰以畝二百四十步為法以六升太半

升乘今有田積步為實實如法得粟數此按

術亦今有之義以一畝步數為所有率六  
升太半升為所求率今有田積步為所有  
數而今有  
之即得

今有取保一歲價錢二千五百今先取一千二  
百問當作日幾何

答曰一百六十九日二十五分日之

二十三

術曰以價錢為法以一歲三百五十四日

乘先取錢數為實實如法得日數按此術  
亦今有

之義以價為所有率一歲日數為所  
求率取錢為所有數而今有之即得

今有貸人千錢月息三十今有貸人七百五十  
錢九日歸之問息幾何

答曰六錢四分錢之三

術曰以月三十日乘千錢為法

以三十日乘千錢為

法者得三萬是為貸人錢三萬一日息三十也

以息三十乘今所

貸錢數又以九日乘之為實實如法得一

錢

以九日乘今所貸錢為今一日所有錢於今有術為所有數息三十為所求率

三萬錢為所有率此又可以一月三十日約息三十錢為十分一日以乘今一日所

有錢為實千錢為法為率者當等之於一也故三十日或可乘本或可約息皆所以

等之也

九章算經卷第三



九章算經卷第四



魏劉徽注

唐朝議大夫行大史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋

少廣

以御積  
幕方圓

少廣

臣淳風等謹按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益

其廣故曰少廣

術曰置全步及分母子以最下分母徧乘

諸分子及全步

臣淳風等謹按以分母乘全者通其分也以母乘子

者齊其子也

各以其母除其子置之於左命通

九章經四

〇一

分者又以分母徧乘諸分子及已通者皆

通而同之并之為法

臣淳風等謹按諸子悉通故可并之為法

亦宜用合分術列數尤多若用乘則等數至繁故別制此術從省約置所求步數

以全步積分乘之為實

置所求步數以全步積分乘

之為實

此以田廣為法一畝積步為實

置有分者當同其

母齊其子以同乘法實而并齊於法今以

分母乘全步及子子如母而一

竝以并全法則法實

俱長意亦等也故如法而一得從步數

實如法而一得從步

今有田廣一步半求田一畝問從幾何



答曰一百六十步

術曰下有半是二分之一以一為二半為一并之得三為法置田二百四十步亦以一為二乘之為實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一求田一畝問從幾何

答曰一百三十步一十一分步之一十

術曰下有三分以一為六半為三三分之一為二并之得一十一以為法置田二百四十步亦以一為六乘之為實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一求田一畝問從幾何

答曰一百一十五步五分步之一  
術曰下有四分以一為一十二半為六三分之一為四四分之三并之得二十五以為法置田二百四十步亦以一為一

十二乘之為實實如法而一得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一求田一畝問從幾何

答曰一百五步一百三十七分步之一十五

術曰下有五分以一為六十半為三十三分之一為二十四分之一為一十五五分之一為一十二并之得一百三十七以為法置田二百四十步亦以一為六十乘之

九章田

三

為實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一求田一畝問從幾何

答曰九十七步四十九分步之四十七

術曰下有六分以一為一百二十半為六十三分之一為四十四分之一為三十五分之一為二十四六分之一為二十并之得二百九十四以為法置田二百四十步

亦以一為一百二十乘之為實實如法得  
從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一求田一畝  
問從幾何

答曰九十二步一百二十一分步之  
六十八

術曰下有七分以一為四百二十半為二百一十三分之一為一百四十四分之一

為一百五五分之一為八十四六分之一  
為七十七分之一為六十并之得一千八  
十九以為法置田二百四十步亦以一為  
四百二十乘之為實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一  
一求田一畝問從幾何

答曰八十八步七百六十一分步之  
二百三十二

術曰下有八分以一爲八百四十半爲四百二十三分之一爲二百八十四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八分之一爲一百五并之得二千二百八十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八百四十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之

一九分步之一求田一畝問從幾何

答曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四

術曰下有九分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十并之得七千一百二十九

以爲法置田二百四十步亦以一爲二千  
五百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五  
分步之一六分步之一七分步之一八分步之  
一九分步之一十分步之一求田一畝問從幾  
何

答曰八十一步七千三百八十一分  
步之六千九百三十九

術曰下有一十分以一爲二千五百二十

半爲一千二百六十三分之一爲八百四  
十四分之一爲六百三十五分之一爲五  
百四六分之一爲四百二十七分之一爲  
三百六十八分之一爲三百一十五九分  
之一爲二百八十分之一爲二百五十  
二并之得七千三百八十一以爲法置田  
二百四十步亦以一爲二千五百二十乘  
之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五

分步之一六分步之一七分步之一八分步之一  
九分步之一十分步之一十一分步之一求  
田一畝問從幾何

荅曰七十九步八萬三千七百一十  
一分步之三萬九千六百三十一

術曰下有一十一分以一爲二萬七千七  
百二十半爲一萬三千八百六十三分之  
一爲九千二百四十四分之一爲六千九  
百三十五分之一爲五千五百四十四六

分之一爲四千六百二十七分之一爲三  
千九百六十八分之一爲三千四百六十  
五九分之一爲三千八十一十分之一爲  
二千七百七十二分之一爲二千  
五百二十并之得八萬三千七百一十一  
以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬  
七千七百二十乘之爲實實如法得從步  
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五  
分步之一六分步之一七分步之一八分步之

一尤分步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一求田一畝問從幾何

答曰七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三

術曰下有一十二分以一為八萬三千一百六十半為四萬一千五百八十三分之一為二萬七千七百二十四分之一為二萬七千九十五分之一為一萬六千六百三十二六分之一為一萬三千八百六十

七分之一為一萬一千八百八十八分之一為一萬三千九十五九分之一為九千二百四十一十分之一為八千三百一十六十一分之一為七千五百六十二分之一為六千九百三十并之得二十五萬八千六十三以為法置田二百四十步亦以一為八萬三千一百六十乘之為實實

如法得從步

臣淳風等謹按凡為術之意約省為善且云下有一十二

分以一為二萬七千七百二十半為一萬三千八百六十三分之一為九千二百四

十四分之一為六千九百三十五分之一  
為五千五百四十四六分之一為四千六  
百二十七分之一為三千九百六十八分  
之一為三千四百六十五九分之一為三  
千八十分之一為二千七百七十二分  
之一為二千三百一十并之得八萬六千二  
一以為法置田二百四十步亦以一為二  
萬七千七百二十乘之以為實實  
如法得從步其術亦得知不繁也

今有積五萬五千二百二十五步問為方幾何

答曰二百三十五步

又有積二萬五千二百八十一步問為方幾何

答曰一百五十九步

九章上并經四 〇九

又有積七萬一千八百二十四步問為方幾何

答曰二百六十八步

又有積五十六萬四千七百五十二步四分步

之一問為方幾何

答曰七百五十一步半

又有積三十九億七千二百一十五萬六百二

十五步問為方幾何

答曰六萬三千二十五步

開方求方冪之  
一面也



術曰置積為實借一筭步之超一等言百

十也言萬議所得以一乘所借一筭為法

而以除先得黃甲之面上下除已倍法為

定法倍之者豫張兩面朱纂定其復除折

法而下欲除朱纂者本當副置所得成方

是當復步之而止乃得復置借筭步之如

初以復議一乘之欲除朱纂之角黃乙之

所得副以加定法以除以所得副從定法

再以黃乙之面加定法復除折下如前若

開之不盡者為不可開當以面命之術或有

借筭加定法而命分者雖粗相近不可用

也凡開積為方方之自乘當還復其積分

令不加借筭而命分則常微少其加借筭

而命分則又微多其數不可得而定故惟

以面命之為不失耳譬猶以三除十以其

餘為三分之一而復其數可舉不以面命

之加定法如前求其微數微數無名者以

為分子其一退以十為母其再退以百為

母退之彌下其分彌細則朱纂若實有分

者通分內子為定實乃開之訖開其母報

除臣淳風等謹按分母可開者竝通之積

先合二母既開之後一母尚存故開分母求一母為若母不可開者又以母再乘

法以報除也

定實乃開之訖令如母而一

臣淳風等謹按分母不可

開者本一母也又以母乘之乃合二母既開之後亦一母存焉故令一母而一得全面也又按此術開方者求方冪之面也借一筭者假借一筭空有列位之名而無除積之實方隅得面是故借筭列之於下步之超一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬故超位至百而言十至萬而言百議所得以一乘所借筭為法而以除者先得黃甲之面以方為積者兩相乘故開方除之還令兩面上下相命是自乘而除之除已倍法為定法者實積未盡當復更除故豫張兩面朱冪表以待復除故曰定法其復除折法而下者欲除朱冪本當副置所得成方倍之為定法以折議乘之而以除如初是當復步之而止乃得相命故使就上折之而下復置借筭步之如初

四百四十四

九章算經四

〇十一

以復議一乘之所得副以加定法以定法除者欲除朱冪之角黃乙之冪以所得副從定法者再以黃乙之冪加定法是則張兩青冪之表故如前開之即合所問  
今有積一千五百一十八步四分步之三問為

圓周幾何

答曰一百三十五步

於徽術當周一百三十八步

十分步之一 臣淳風等謹按此依密率為周一百三十八步五十分步  
之九

又有積三百步問為圓周幾何

答曰六十步

於徽術當周六十一步五十分步之十九 臣

淳風等謹依密率為周六十一  
一步百分步之四十一

### 開圓

術曰置積步數以十二乘之以開方除之

即得周此術以周三徑一為率與舊圓田

四乘積如二十五而一所得開方除之即

周也開方除之即徑是為據見纂以求周

猶失之於微少其以二百乘積一百五十

七而一開方除之即徑猶失之於微多

臣淳風等謹按此注於徽術求周之法其

中不用開方除之即徑六字今本有者衍

賸也依密率八十八乘之七而一按周三

徑一之率假令周六徑二半周半徑相乘

得纂三周六自乘得三十六俱以等數除

纂得一周之數十二也其積本周自乘合

以一乘之十二而一得積三也術為一乘

不長故以十二而一得此積今還元置此

積三以十二乘之者復其本周自乘之數

凡物自乘開方除之復其本數故開方除

今有積一百八十六萬八百六十七尺

此尺謂

尺也凡物有高深問為立方幾何

答曰一百二十三尺

又有積一千九百五十三尺八分尺之一問為

立方幾何

答曰一十二尺半

又有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七問為立方幾何

答曰三十九尺八分尺之七

又有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七問為立方幾何

答曰一百二十四尺太半尺

開立方 立方適等求其一面也

術曰置積為實借一筭步之超二等 言千

十言百萬 議所得以再乘所借一筭為法

三、三子 九章四 〇十三

而除之 再乘者亦求為方冪以上 除已三

之為定法 為當復除故豫張三面 復除折

而下 復除者三面方冪以皆自乘之數須

之面十開立冪者方千之面十據定法已

有成方之冪故復除當以千為百折下一

也 以三乘所得數置中行 復借一

筭置下行 欲以為隅方立方等未有 步之

中 超一下超二位 上方法長自乘而一折

等下隅法無面長 復置議以一乘中 為三

故又降一等也 皆副以加定法以定

除三面三廉一隅皆已有羃以上除已倍議命之而除去三表之厚也

下并中從定法者凡再以中三以下加定法

連於三廉之端以待復除也言不復除折盡意解此要當以羃乃得明耳

下如前開之不盡者亦為不可開術亦有以定法

命分者不如故羃開若積有分者通分內方以微數為分也

子為定實定實乃開之訖開其母以報除

臣淳風等按分母可開者並通之積先合

三母既開之後一母尚存故開分母求一報除也母為法以若母不可開者又以母再乘定

實乃開之訖令如母而一臣淳風等謹按

本一母也又以母再乘之令合三母既開

之後一母猶存故令一母而一得全面也

按開立方知立方適等求其一面之數借

一算步之超二位者但立方求積方再自

乘就積開之故超二位言千之面十言百

萬之面百議所以再乘所借算為法而以

除知求為方羃以議命之而除則立方等

也除已三之為定法為積未盡當復更除

故豫張三面已定方羃為定法復折除而

下知三面方羃皆已有自乘之數須得折

議定其厚薄據開平方百之面十其開立

方即千之面十而定法已有成方之羃故

復除之者當以千為百折下一等以三乘

所得數置中行者設三廉之定長復借一

算置下行者欲以為隅方立方等未有數

且置一算定其位也步之中超一下超二

者上方法長自乘而一折中廉法但有長

故降一方等下隅法無面長故又降一等復

何

今有積四千五百尺

之亦謂立方尺也

問為立圓徑幾

置議以一乘中者為三廉借幕再乘下當令隅自乘為方幕皆副以加定法以定法除者三面三廉一隅皆已倍下併中從定法者三廉各當以兩面之幕連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除其開之不盡者折下如前開方即合所問有分者通分內子開之訖開其母以報除可開者以通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母者求一母為法以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一分母不可開者本一母又以母再乘令合三母既開之後亦一母尚存故令如母而一得全面也

三十七四

九章甲

〇一五

全

答曰二十尺

依密率立圓徑二十尺計積四千一百九十尺

二十一十分尺之一十分

又有積一萬六千四百四十八億六千六百四

十三萬七千五百尺問為立圓徑幾何

答曰一萬四千三百尺

依密率為徑一萬四千三百尺

百四十三尺四分尺之三

### 開立圓

術曰置積尺數以十六乘之九而一所得

開立方除之即九徑

立圓即九也為術者蓋依周三徑一之率

令圓冪居方冪四分之三圓困居立方亦  
 四分之三更令圓困為方率十二為丸率  
 九九居圓困又四分之三也置四分自乘  
 得十六三分自乘得九故九居立方十六  
 分之九也故以十六乘積九而一得立方  
 之積九徑與立方等故開立方而除得徑  
 也然此意非也何以驗之取立方二寸規  
 皆令立方一寸積之為立方二寸規之為  
 圓困徑二寸高二寸又復橫因之則其形  
 有似牟合方蓋矣八基皆似陽馬圓然也  
 按合蓋者方率也九居其中即圓率也推  
 此言之謂夫圓困為方率豈不闕哉以周  
 三徑一為圓率則圓冪傷少令圓困為方  
 率則丸積傷多互相通補是以丸與十六  
 之率偶與實相近而丸猶傷多耳觀立方  
 之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不掩  
 判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正  
 欲陋形措意懼失正理敢不闕疑以俟能

言者黃金方寸重十六兩金九徑寸重  
 九兩率生於此未曾驗也周官考工記  
 氏為量改煎金錫則不耗不耗然後權  
 權之然後準之準之然後量之言鍊金使  
 極精而後分之則可以為率也今九徑自  
 乘三而一開方除之即九中之立方也假  
 令九中立方五尺五尺為句句自乘冪二  
 十五尺倍之得五十五尺以為股冪謂平  
 方五尺之弦也以此弦冪為股亦以五尺  
 為句并句股冪得七十五尺是為大弦冪  
 開方除之則大弦徑可知也大弦則中立  
 之長邪邪即大徑也故中立方自乘之冪  
 於九徑自乘之冪三分之一也今大弦還  
 乘其冪即九外立方之積也大弦冪開之  
 不盡令困冪七十五再自乘之為面命得  
 外立方積四十二萬一千八百七十五尺  
 之面又令中立立方五尺自乘又以方乘之  
 得積一百二十五尺自乘

為面句得積一萬五千六百二十五尺之  
面皆以六百二十五約之外立方積六百  
七十張衡筭又謂立方積二十五尺之面  
也言質之與中外之渾六十七尺之內  
開方除之不足一謂外質積二十六也內  
渾二渾又言質則二質相與之率猶衡二  
中渾渾又言質則二質相與之率猶衡二  
渾相與之率也衡蓋亦先二質之率推以  
言渾之率也衡又言質六十四之面渾二  
又云方八之面復言渾謂居質八分之五也  
困為方率渾為圓率也失之遠矣衡說之  
自然欲協其陰陽奇耦之說而不顧疎密  
矣雖有文辭斯亂道破義病也置外質積  
二十六以九乘之十六而一得積十四尺  
八分之五即質中之渾也以分母乘全內  
子得一十一十七又置內質積五以分母

九章四

乘之得四十是為質居渾一百一十七分  
之四而渾率猶為傷多也假令方二十七  
方四面并得八尺也謂之方周其中令圓  
徑與方等亦二尺也九半徑以乘圓周之  
半即圓冪也半方以乘方周之半即方冪  
也然則方周知方冪之率也圓周知圓冪  
之率也按如衡術方周率八尺之面圓周  
五之面也令方周六十四尺之面即圓周  
四之面是為圓周率十二尺自乘得徑四  
尺之面是為圓周率十二尺之面而徑率一  
之面也衡亦以周三徑一之率為非是故  
更著此法然增周太多過其實矣臣淳  
風等謹按祖暅之謂劉徽張衡二人皆以  
圓困為方率九為圓率乃設新法祖暅之  
開立圓術曰以二乘積開立方除之即立  
圓徑其意何也取立方棊一枚令立樞於  
左後之下隅從規去其右上方之廉又合而  
橫規之去其前上之廉於是立方之棊分



而為四規內棊一謂之內棊規外棊三謂  
之外棊規更合四棊復橫斷之以句股言  
之令餘高為句內棊斷上方為股本方之  
數其弦也句股之法以句棊減弦棊則餘  
為股棊若令餘高自乘減本方之棊餘即  
內減棊斷上方之棊也本方之棊即外四  
棊之斷上棊然則餘高自乘即外三棊之  
斷上棊矣不問高卑勢皆然也然固有  
歸同而塗殊者爾而乃控遠以演類借况  
以折微按陽馬方高數參等者列而立之  
橫截去上則高自乘與斷上棊數亦等焉  
夫疊棊成立積緣棊勢既同則積不容異  
由此觀之規之外三棊旁蹙為一即一陽  
馬也三分立方則陽馬居一內棊居二可  
知矣合八小方成一大方合八內棊成一  
合蓋內棊居小方三分之二則合蓋居立  
方亦三分之二較然驗矣置三分之二以  
圓棊率三乘之如方棊率四而一約而定

九章四

十八

之以為九率故曰九居立方三分之一也  
等數既密心亦昭晰張衡放舊胎晒於後  
劉徽循故未暇校新夫豈難哉抑未之思  
也依密率立此圓積本以圓徑再自乘十  
一乘之二十一而一約此積今欲求其本  
積故以二十一乘之十一而一凡物再自  
乘開立方除之復其本數  
故立方除之即九徑也

九章算經卷第四





